



УДК 811.14

**ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ПРОТИВОРЕЧИЙ
И ТАВТОЛОГИЙ В «ТРАКТАТЕ» ВИТГЕНШТЕЙНА**

**С. В. Гарин, кандидат философских наук, доцент
Кубанский государственный университет, г. Краснодар, Россия**

**FUNCTIONAL INTERPRETATION
OF CONTRADICTION AND TAUTOLOGY
IN WITTGENSTEIN'S «TRACTATUS»**

**S. V. Garin, candidate of philosophical sciences, assistant professor
Kuban State University, Krasnodar, Russia**

Summary. Work critically examines Wittgenstein's theory of contradiction and tautology in the context of classical propositional logic. A hypothesis about the different semantical and pragmatic status of contradictions and tautologies comes to light. A number of issues of functional interpretation propositions in the works of early Wittgenstein discussed.

Keywords: tautology; contradiction; propositional logic; Wittgenstein; semantics; interpretation.

Как известно, в своих ранних работах, в «*Логико-философском трактате*», Витгенштейн высказал ряд набросков логического характера. Не рассматривая того особого мистицизма, сопровождающего учение Витгенштейна о логической форме, обратим внимание на относительно «доступные» темы о семантической природе суждений логики. Эти темы в своё время вызвали весьма обширную критическую литературу, однако, на наш взгляд, осталась некоторая неопределённость в целом ряде вопросов. В частности, весьма неоднозначными являются пассажи Витгенштейна о семантико-прагматических аспектах природы особого типа суждений – *тавтологий* и *противоречий*.

Вопрос онтологической и эпистемической природы тавтологий, как известно, рассматривался ещё Кантом через призму аналитического/синтетического. Тавтологии, по Канту, определяют аналитический тип истинности. Фреге в «*Grundlagen*» вписал понятие тавтологии в контуры своей зарождавшейся логической семантики, формальную символику которой использовать так

никто и не решился. Если мы определим K как функционально полное множество булевых операторов, определяющих переменные p_0, p_1, p_2 , добавим правило вывода Фреге R , то формула, доказуемая в системе $\{K, R\}$, по Фреге, будет *тавтологией*.

Витгенштейн, развивая фрегеанский тип семантики, предложил своеобразную «деонтологизацию» целого ряда формул классической логики. Как утверждает в «*ЛФТ*»:

«Tautologie und Kontradiktion sind nicht Bilder der Wirklichkeit. Sie stellen keine mögliche Sachlage dar. Denn jene lässt jede mögliche Sachlage zu, diese keine. In der Tautologie heben die Bedingungen der Übereinstimmung mit der Welt—die darstellenden Beziehungen—einander auf, so dass sie in keiner darstellenden Beziehung zur Wirklichkeit steht» [4, s. 462].

Т. е. «тавтология и противоречие не есть картины действительности. Они не отображают никаких возможных ситуаций, поскольку первая позволяет любую из возможных, а второе – не выражает никакой. В тавтологии условия соответствия с миром – отображение – взаимно устраняют друг друга таким



образом, что оно не стоит ни в каком отношении изображения к реальности».

Тавтологии, по Витгенштейну, не имеют предмета в действительности, которому они могли бы соответствовать. И далее, примечательный пассаж в предложении 4, s. 464:

«Die Wahrheit der Tautologie ist gewiss, des Satzes möglich, der Kontradiktion unmöglich» [4, s. 464].

«Истинность тавтологии несомненна, пропозиции – возможна, противоречия – невозможны».

После введения Витгенштейном пропозиции (Satzes) наряду с противоречием (Kontradiktion) и тавтологией (Tautologie) мы, безусловно, сталкиваемся с экзотикой. И, как следствие, возникает целый ряд вопросов:

1. Что такое противоречие / тавтология?
2. В каком отношении они «не имеют возможности» отображать реальность?
3. Каков выразительный статус противоречия и тавтологии?

Судя по символической, Витгенштейн развивал традиционный для начала XX века тип исчисления, близкий экстенционализму Буля, Рассела, Фреге. Это означает, что предложения можно интерпретировать в качестве функций, имеющих n аргументов, с двухэлементной областью значений. Таким образом, подход Витгенштейна в данном вопросе традиционен и может быть описан простейшей пропозициональной и предикатной алгеброй, где истинность тавтологий и противоречий – это экстенциональное отношение аргументов с функциональными знаками и кванторами.

В подобном подходе можно предложить интерпретацию, которая будет идти вразрез с идеей Витгенштейна о невозможности тавтологий и противоречий отражать внеязыковую реальность. Представим произвольную тавтологию, скажем, *modus ponens*:

$$f_1 \quad ((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q.$$

Как известно, данное выражение является *двухаргументной функцией* (f_1),

областью значений которой является двухэлементное множество $\{1, 0\}$. Ввиду тавтологичности этой формулы, она принимает значение 1 при любом значении аргумента:

$$(p = 1) \rightarrow (f_1 = 1);$$

$$(p = 0) \rightarrow (f_1 = 1);$$

$$(q = 1) \rightarrow (f_1 = 1);$$

$$(q = 0) \rightarrow (f_1 = 1)$$

Рассмотрим функцию f_2 , областью значений которой также выступает $\{1, 0\}$.

$$f_2 \quad (p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg(\neg p \vee q),$$

однако значением этого выражения, при любой логической валентности аргументов, будет 0:

$$(p = 1) \rightarrow (f_2 = 0);$$

$$(p = 0) \rightarrow (f_2 = 0);$$

$$(q = 1) \rightarrow (f_2 = 0);$$

$$(q = 0) \rightarrow (f_2 = 0).$$

Обе функции идентичны тем, что не относятся к *выполнимым* (в узком смысле) формулам. Напомним, выполнимые формулы – это те, которые принимают значение 1 и 0. Однако есть *широкое* понимание выполнимости (имеющие хотя бы одно значение 1), согласно которой тавтологии тоже являются функциями этого класса. Судя по всему, Витгенштейн использовал *узкое* толкование выполнимости, означающей *не-выполнимость* ни тавтологий, ни противоречий. Именно этим, возможно, и объясняется то, что наряду с тавтологией и противоречием им полагается ещё и *пропозиция*. В строгом смысле слова, как было сказано выше, здесь перед нами особая витгенштейновская экзотика, поскольку для традиционного подхода в логике противоречия и тавтологии *являются пропозициями*. Более того, например, классическая задача пропозициональной алгебры заключается в преобразовании произвольного суждения, устраняя импликацию,



эквиваленции, двойные отрицания, отрицания скобочных формул и т. д., получая т. н. *нормальные формы* для выяснения того, к какому классу принадлежит суждение: тавтологиям, выполнимым (нейтральным), или противоречиям.

Помимо прочего, на наш взгляд, если с семантикой и в каком-то смысле с прагматикой противоречий Витгенштейн бесспорен, поскольку противоречие в силу функционально-истинного характера не имеет интерпретации вне языка, то с интерпретацией тавтологий есть несколько критических возражений.

Рассмотрим пример противоречия:

$$f_3 \quad (p \wedge \neg p).$$

Мы видим, что интерпретация этой формулы будет выражаться в предсказании некоторого признака P_1 (выступающего предикатом в p) в одном и том же отношении (r), в одно и то же время (t) с отрицанием и без него, т. е. будем полагать, что предмет обладает и не обладает этим свойством. В предикатной записи:

$$f_4 \quad \exists x (P_1(x) \wedge \neg P_1(x)).$$

За исключением экстремальных интерпретаций диалектики, некоторых *fuzzy* логик, и весьма экстравагантных семантик паранепротиворечивых логик, невозможно предсказывать и отрицать в одном и том же объекте один и тот же признак в одно и то же время, в одном и том же отношении. В этой связи понятен тезис Витгенштейна о том, что противоречие не есть образ действительности (*nicht Bilder der Wirklichkeit*). Однако следует провести аристотелевское уточнение, согласно которому некоторое высказывание:

$$f_5 \quad \exists x (P_1^{(t_1)}(x) \wedge \neg P_1^{(t_2)}(x)),$$

где $P_1^{(t_1)}(x)$ – « x обладает свойством P_1 в момент времени t_1 »; $P_1^{(t_2)}(x)$ – « x обладает свойством P_1 в момент времени t_2 », не образует противоречия в силу разницы моментов времени. Интерпретация $\exists x (P_1(x) \wedge \neg P_1(x))$ в духе копен-

гагенского корпускулярно-волнового дуализма, на наш взгляд, также не отражает противоречие, поскольку теория на языке *частиц* или *волн* фиксирует лишь разницу в инструментальном описании свойств объекта, а не его существенные свойства, взятые вне наблюдателя.

В вопросе неинтерпретируемости противоречия в реальности за пределами языка, на наш взгляд, с Витгенштейном можно согласиться, однако такой подход к тавтологиям явно либо ошибочен, либо отсылает к иному, мистическому, индивидуальному пониманию сути вопроса.

Рассмотрим функцию:

$$f_1 \quad ((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q.$$

Как было указано выше, эта функция является *всегда истинной*, поскольку консеквент q истинен при любом наборе значений аргументов. Что это означает в категориях семантики и прагматики? Что при двух условиях:

$$1) p \rightarrow q;$$

$$2) p;$$

q всегда будет иметь место.

Возникает вопрос, неужели такая тавтологическая секвенция не может быть интерпретирована внеязыковыми реалиями? Ответ тривиальноочевиден: таких интерпретаций бесконечное множество. Например, пусть

p – «частица x – электрон»

q – « x – элементарен на уровне 10^{-18} ».

Таким образом, данный *modus ponens* отражает реальный процесс построения рассуждений – их условия и вывод.

Возьмём более «процессуальный» пример из школьной логики. Пусть

p – «через проводник пропущен электрический ток»

q – «проводник нагрет».

Таким образом, импликация

$$1) p \rightarrow q$$

определяет априорные условия некоторого опыта (эксперимента) e в русле *Кулона-Фарадея*, связывая электрический заряд с физическим состоянием проводника. Это условия, предшеству-



ющие опыту e , формулируют критерии его проведения. Переменная

2) p

отражает шаг включения электричества в цепи проводников. Заключение

3) q

выражает наблюдаемое явление нагревности проводника в лабораторных условиях. Примечательно, что данный *modus ponens*, будучи тавтологией, по сути дедуктивно истинным выражением, отражает индуктивный алгоритм получения экспериментального подтверждения.

Этапы проведения эксперимента-опыта выражаются, с одной стороны, в определении концептуальных границ ($p \rightarrow q$), подаче триггера ($\dots \wedge p$), и выводе, т. е. полученном результате ($\{\dots\} \rightarrow q$). Таким образом, тавтологии имеют весьма естественные семантические интерпретации за пределами языка. Всегда-истинность тавтологии, как функции, может отражать *алгоритм организации* эксперимента – последовательность операций, коммутацию триггеров, схему релейно-контактных подключений, да и вообще любые событийные секвенции, обладающие определённым алгоритмом.

Рассмотрим другой пример. Так, знаменитый тип аргументации и доказательства *reductio ad absurdum* может быть представлен в духе *Хинтикки* как алгоритм поиска решения в системе установленных аксиом:

$$((\neg A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow \neg B)) \rightarrow A,$$

т. е., если из некоторого положения $\neg A$ следует переменная с отрицанием и без него, то мы вправе считать истинным положение A . Именно этот алгоритм задействован в косвенных системах доказательств (апагогия):

докажем, что T ,

допустим, что $\neg T$.

Выводим следствия

$$\neg T \rightarrow (P \wedge Q \wedge R \wedge \dots \wedge N).$$

Опровергаем антитезис через отрицание следствий:

$$(\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R \wedge \dots \wedge \neg N) \rightarrow \neg \neg T.$$

Получаем T .

Безусловно, и косвенное апагогическое доказательство и *reduction ad absurdum* основаны на отношении *контрадикторности* между T и $\neg T$. Если же между ними отношение контрарности, то выражение $\neg \neg T \rightarrow T$ не будет тавтологией, поскольку контрарность определена матрицей *совместимости по ложности*. Так, функция $f_6 (T \vee \neg T)$ в ряде случаев будет давать значение $\{0\}$, поскольку контрарные суждения могут быть ложными. Знак « \vee » здесь означает строгую дизъюнкцию.

Что всё это означает для нашего вопроса о статусе тавтологий? Именно то, что алгоритм процесса поиска косвенного решения (математического доказательства, управленческой схемы, организационной парадигмы, коммутации релейно-контактной схемы) может также быть представлен в виде тавтологического следования формул, наделив тем самым тавтологии семантической интерпретацией внеязыкового характера.

В действительности практически любая тавтология классической логики может иметь бесчисленное множество семантических моделей, характеризующих реальность за пределами языка. Так, согласно одному из законов *де Моргана*:

$$\neg (A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B),$$

мы имеем алгоритм эквиваленции для конъюнктивных и дизъюнктивных высказываний. Это означает, что логические операции умножения и сложения взаимозаменяемы при выполнении нескольких преобразований с отрицанием формул и входящих в них переменных. Говоря об эквивалентности данных операций, можно построить целый ряд их семантических проекций. К примеру, логические операции могут отражать алгоритм организации работы *баз данных*, систему приёма информации некоторым устройством и т. д. Это уже вопрос воображения и прагматической потребности в интерпретации, какие именно реалии объективного мира мы организуем в соответствии с указанными операциями.



Говоря о критических замечаниях в отношении раннего Витгенштейна и его мистического фрегеанства, безусловно, нельзя не упомянуть классическую *силлогистику* как наиболее традиционную интерпретацию тавтологий. Как известно, аристотелевские силлогизмы при отображении в формальном языке пропозициональной логики приобретают характер тавтологического *транзитивного* следования:

$$((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C).$$

В данном случае мы имеем функцию (f_n), область аргументов которой характеризуется логической валентностью переменных A, B, C в соответствии со знаком функции, который композиционально определяется множеством операций $\{\rightarrow, \wedge, \rightarrow, \rightarrow\}$. Матрица значений для этой функции в контексте значений аргументов будет тривиальной и всегда – истинной, т. е. это матрица тавтологии:

$$(A = 1) \rightarrow (f_n = 1);$$

$$(A = 0) \rightarrow (f_n = 1);$$

$$(B = 1) \rightarrow (f_n = 1);$$

$$(B = 0) \rightarrow (f_n = 1);$$

$$(C = 1) \rightarrow (f_n = 1);$$

$$(C = 0) \rightarrow (f_n = 1).$$

Со времён Аристотеля известно, что силлогизмы – это мыслительные конструкции, отражающие алгоритм взаимосвязи между событиями, явлениями, временными, причинными связями и т. д. Именно тавтологичность силлогистической связи – прямое подтверждение внеязыковой, онтологической интерпретируемости тавтологий.

Таким образом, сказанное означает, что тавтологии и противоречия имеют различный прагматико-семантический статус, что позволяет критически подойти к положениям раннего Витгенштейна.

Библиографический список

1. Bloor D. Wittgenstein, Rules and Institutions. – London; N. Y. – 1997.–173 p.

2. Frege G. Die Grundlagen der Arithmetik. Breslau. 1884. – Oxford, 2009.
3. Hintikka Y. Are Logical Truths Analytic? // The Philosophical Review. – 1965. – Vol. 74. – № 2. – P. 178–203.
4. Katz J. J. Analyticity, Necessity and the Epistemology of Semantics // Philosophy and the Phenomenological Research. – 1997. – Vol. 51. – № 1. – P. 1–28.
5. Kripke S. A. Knowledge, Necessity and Contingency // Moser P. K. A Priori Knowledge. – Oxford; N. Y., 1987. – P. 145–160.
6. Kripke S. A. Naming and Necessity. – Cambridge, 1980.
7. Potter M. Wittgenstein's Notes on Logic. – Oxford, 2008.
8. Wittgenstein L. Lectures and conversations on aesthetics, psychology and religious belief. – Cambridge, 1966.
9. Wittgenstein L. Notebooks 1914–1916. – Oxford, 1982.
10. Wittgenstein L. On certainty. – Oxford, 1980.
11. Wittgenstein L. Tractatus logico-philosophicus. – London, 1922.
12. Гарин С. Эпистемология дедуктивного вывода. – Краснодар, 2008.

Bibliography

1. Bloor D. Wittgenstein, Rules and Institutions. – London; N. Y. – 1997.–173 p.
2. Frege G. Die Grundlagen der Arithmetik. Breslau. 1884. – Oxford, 2009.
3. Hintikka Y. Are Logical Truths Analytic? // The Philosophical Review. – 1965. – Vol. 74. – № 2. – P. 178–203.
4. Katz J. J. Analyticity, Necessity and the Epistemology of Semantics // Philosophy and the Phenomenological Research. – 1997. – Vol. 51. – № 1. – P. 1–28.
5. Kripke S. A. Knowledge, Necessity and Contingency // Moser P. K. A Priori Knowledge. – Oxford; N. Y., 1987. – P. 145–160.
6. Kripke S. A. Naming and Necessity. – Cambridge, 1980.
7. Potter M. Wittgenstein's Notes on Logic. – Oxford, 2008.
8. Wittgenstein L. Lectures and conversations on aesthetics, psychology and religious belief. – Cambridge, 1966.
9. Wittgenstein L. Notebooks 1914–1916. – Oxford, 1982.
10. Wittgenstein L. On certainty. – Oxford, 1980.
11. Wittgenstein L. Tractatus logico-philosophicus. – London, 1922.
12. Garin S. Epistemologiya deduktivnogo vyivoda. – Krasnodar, 2008.

© Гарин С. В., 2014