

УДК 372.8:512

ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ
С ОРИЕНТАЦИЕЙ НА МЕЖДУНАРОДНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ PISA

Т. П. Кучер

*Кандидат педагогических наук, доцент,
Северо-Казахстанский государственный
университет имени Манаша Козыбаева,*

В. Е. Корчевский

*старший преподаватель,
Институт повышения квалификации
педагогических работников**по Северо-Казахстанской области, филиал акционерного общества
«Национальный центр повышения квалификации «ОРЛЕУ»,
г. Петропавловск, Казахстан*FEATURES OF THE CONSTRUCTION OF MATHEMATICAL TASKS
WITH A FOCUS ON INTERNATIONAL PISA STUDY

T. P. Kucher

*Candidate of Pedagogical Sciences,
assistant professor,
North Kazakhstan State University
named after Manash Kozybaev,*

V. E. Korchevsky

*teacher,
Branch of Joint-stock Company
«National Center for Professional Development "ORLEU"»,
Institute of Professional Development
of the Research-pedagogical Staff on the North Kazakhstan,
Petropavlovsk, Kazakhstan*

Summary. This article describes the tasks to generate mathematical literacy students. The design became the basis for the analysis of international studies of the mathematical knowledge of Kazakh students 15 years of age and especially the proposed tests to students in the course of these studies.

Keywords: mathematics; international research; students; knowledge development; practical content.

Результаты международных исследований PISA являются индикаторами состояния образования стран-участниц в международном образовательном пространстве. В международных сравнительных исследованиях результатов обучающихся из разных стран устанавливается и уровень развития навыков в рамках той или иной грамотности: математической, естественнонаучной и читательской. При этом у 15-летних учащихся проверяются навыки практического применения академических знаний при решении реальных проблем, а также умения, важные для их максимальной самореализации в жизни. Международный тест «Математическая грамотность» содержит различные текстовые ситуации, связанные с личной жизнью (школьной, домашней, на отдыхе), профессиональной деятель-

ностью и общественной жизнью (местного общества, всего мира), обучением и наукой [4, с. 23].

В исследовании PISA выделяются три уровня математической компетентности: воспроизведение, установление связей и рассуждение [5, с. 19]. Для проверки достижений первого уровня компетентности (воспроизведение) в основном предлагаются традиционные учебные задачи, характерные для проверочных работ в казахстанской школе. При этом требуется знание математических фактов, воспроизведение определений математических объектов и их свойств, применение стандартных (простых и достаточно сложных) алгоритмов и методов решения, работа с формулами, выполнение вычислений. Так как способы решения в основном стандартные, то запись самого решения не представляет интереса.

Для проверки математической компетентности обучающихся используются три известных типа заданий. Это задания с выбором ответа, с кратким свободным ответом, когда ответ чётко ограничен условием задачи по содержанию и форме (обычно даётся в виде числа, последовательности чисел или букв, выражения, рисунка, слова и т. п.), и с развёрнутым свободным ответом. Два первых типа заданий использовались для проверки более простых знаний и умений. Наиболее сложные умения проверялись с помощью заданий третьего типа, когда от обучающегося требовалось записать полное решение или обоснование полученного ответа. На задания, требующие развёрнутого ответа, обучающиеся должны предоставить решения, различающиеся по развёрнутости, обобщенности и сложности использованных методов. Характерно, что в исследованиях PISA рассматриваются задания с одним сюжетом. При этом учащемуся предлагается несколько вопросов различного уровня сложности, от простых на вычисление до вопросов 5-го и 6-го уровней сложности, при выполнении которых надо использовать знания из нескольких разделов математики или предметов естественнонаучного цикла, а также требуется творчество и логические рассуждения. При выполнении заданий международных исследований PISA учащимся важно продемонстрировать умение анализи-

ровать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Результаты участия Казахстана в международных исследованиях PISA и TIMSS показывают, что учителя общеобразовательных школ республики дают хорошие предметные знания, но учащиеся слабо умеют применять их в реальных, жизненных ситуациях [3, с. 3].

Тщательность подготовки и инструментарий международных сравнительных исследований позволяет использовать их рекомендации для разработки, мониторинга и корректировки национальной политики в области образования Казахстана. Кроме того, выводы из национальных отчётов по результатам участия нашей страны в исследованиях PISA служат дополнительным аргументом в пользу проводимого в республике масштабного обновления содержания среднего образования [3, с. 2].

Приведём несколько примеров, демонстрирующих, как из традиционных заданий по математике разработать задания практического содержания для формирования математической грамотности казахстанских учащихся уровня основного среднего образования.

Задание 1. Коммунальные услуги.

Семья из четырёх человек проживает в трёхкомнатной квартире площадью в 72 м². Стоимость коммунальных услуг в г. Петропавловске приведена в таблице (по состоянию на май 2014 г.):

Наименование коммунальных услуг	Тариф	Объём потребления	Стоимость услуг
Тепловое отопление	112 тг/м ²	72 м ²	
Электроэнергия	10,57 тг/ кВт	142 кВт	
Подогрев горячей воды	466,19 тг/ чел.	4 чел.	
Холодное водоснабжение	75,02 тг/ м ³	4,6 м ³	
Канализация	66,09 тг/ м ³	4,6 м ³	
Вывоз мусора	170 тг/чел.	4 чел.	
Газоснабжение	456,4 тг/ м ³	5 м ³	
Домофон	250 тг/квартира	1 квартира	

Заполните таблицу и найдите итоговую сумму в тенге, которую оплачивает семья за коммунальные услуги в месяц.

- а) 14 741
- б*) 15 291
- в) 15 181
- г) 15 281
- д) 15 681.

Задание 2. Коллекция моделей.

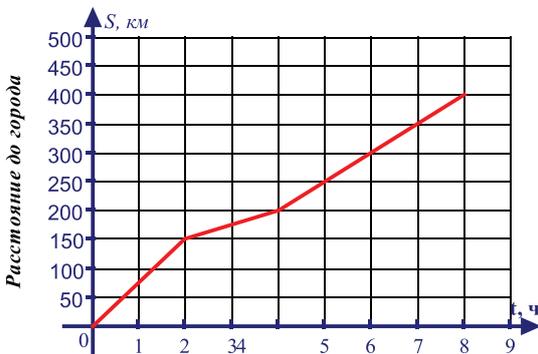
Число моделей в коллекции одежды разной цветовой гаммы представлено в виде диаграммы (см. рисунок). Сколько в коллекции моделей красного и синего цвета, если всего в ней 80 моделей?



- а) 24
- б) 30
- в*) 32
- г) 35
- д) 38.

Задание 3. Движение.

Из города выехал автобус. График его движения представлен на рисунке. Через три часа вслед за ним из города выезжает легковой автомобиль. С какой скоростью должен ехать легковой автомобиль, чтобы догнать автобус через четыре часа после своего выезда?



- а) 80,5 км/ч
- б) 85,5 км/ч
- в) 86 км/ч
- г*) 87,5 км/ч
- д) 90 км/ч.

Задание 4. Стоимость работ.

В таблице приведена стоимость работ по окраске стен офиса.

Цвет стен	Цена в тенге за 1 в зависимости от площади		
	до 40 м ²	от 40 м ² до 100 м ²	более 100 м ²
Белый	800	750	700
Голубой	750	700	700
Другой	900	850	820

Пользуясь данными, представленными в таблице, найдите стоимость работ, если:

1. Площадь стен 70 цвет – «Голубой» и действует сезонная скидка в 10 %.

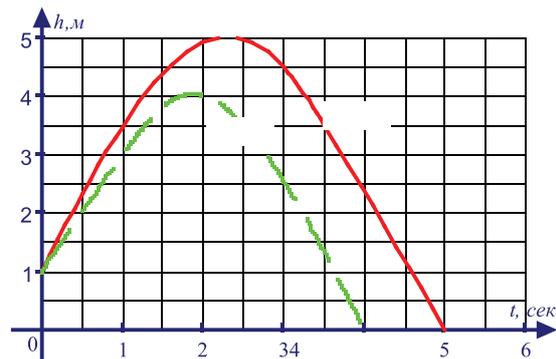
Ответ: _____.

2. Площадь стен 90 цвет – «Другой» – 30 м², цвет «Белый» – 60 м².

Ответ: _____.

Задание 5. Движение.

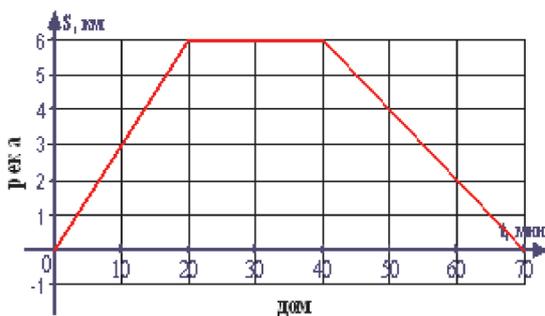
Два мяча подбросили вертикально вверх, и они упали на землю. На рисунке изображены графики зависимости высоты расположения мячей над землёй от времени полёта. Используя графики, выясните, какой из мячей за первые 3 с пролетел больше и на сколько метров больше.



Ответ: _____.

Задание 6. Езда на велосипеде.

Велосипедист поехал от дома вниз к реке, отдохнул у реки и вернулся обратно. На рисунке изображён график движения велосипедиста.



Пользуясь графиком, найдите:

Вопрос 1. Сколько минут отдыхал велосипедист _____?

Вопрос 2. Скорость велосипедиста на спуске к реке _____ км/ч.

Вопрос 3. Какое время заняла езда на велосипеде _____?

Вопрос 4. Среднюю скорость велосипедиста _____.

Для проверки достижения третьего уровня компетентности (рассуждение) были разработаны более сложные задачи, в которых, прежде всего, надо было «математизировать» предложенную ситуацию. Эта процедура состояла из двух этапов: выделение проблемы, которая решается средствами математики, и её формулировка, затем разработка соответствующей математической модели, решение и интерпретация согласно предложенной в задании ситуации.

Задание 7. Периметр и площадь четырёхугольника.

Садовник желает огородить участок земли в форме четырёхугольника так, чтобы при данном количестве погонных метров изгороди, равной 100 м, площадь была наибольшей.

Вопрос 1. Какой формы будет полученный участок? _____. Найдите длины его сторон.

- а) 20 и 30
- б) 21 и 29
- в) 19 и 31
- г*) 25 и 25
- д) 23 и 27.

Вопрос 2. Если длины сторон участка увеличить на 5 м, то чему будет равен периметр полученного участка?

- а) 116
- б*) 120
- в) 122
- г) 124
- д) 128.

Вопрос 3. На сколько процентов увеличится площадь полученного участка?

- а) 41 %
- б) 42 %
- в) 43 %
- г*) 44 %
- д) 45 %.

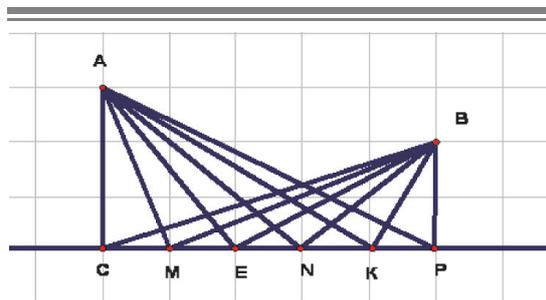
Инструментарий теста PISA–2012 предлагал также ещё один тип задания – «структурированные вопросы». Эти задания состояются из нескольких вопросов различного типа, относящихся к одной и той же ситуации. Как правило, они располагаются по возрастанию уровня сложности. Чаще всего сначала даются вопросы с выбором ответа или с кратким ответом, а в конце – вопросы с развёрнутым ответом и с учётом полученных результатов при ответе на предшествующие вопросы.

В следующем задании по одному сюжету задачи надо дать ответы на несколько структурированных вопросов, причём каждый следующий более сложный вопрос связан с ответами на предыдущие вопросы. Последние вопросы соответствуют высокому уровню сложности.

Задание 8. Населённые пункты.

Два населённых пункта *A* и *B* находятся от шоссе на расстоянии 1500 и 1000 м. В каком-то месте шоссе (в пунктах *C*, *M*, *E*, *N*, *K*, *P*) следует разместить почтовый ящик так, чтобы почтальон из пункта *A* мог кратчайшим путём доставить почту в пункт *B*.

На рисунке изображены ломаные линии *ACB*, *AMB*, *AEB*, *ANB*, *AKB*, *APB*.



Вопрос 1. Назовите самую короткую из них.

- A) *AMB*
- Б) *AKB*
- С) *ACB*
- Д*) *ANB*
- Е) *APB*.

Вопрос 2. Найдите длину этого пути (ответ округлите до целых).

- а) ≈ 3450 м б) ≈ 3500 м
в*) ≈ 3535 м г) ≈ 3550 м
д) ≈ 3600 м.

Вопрос 3. Найдите время, которое потребуется почтальону для доставки почты в пункт B , если его скорость 5 км/ч (ответ дайте в метрах в минуту).

Ответ: _____.

Комментарии

При ответе на первый вопрос этого задания учащемуся надо построить точку B_1 , симметричную точке B относительно прямой CP , затем найти расстояние AB_1 .

При ответе на второй вопрос нужно учесть ответ на первый вопрос и использовать теорему Пифагора.

При нахождении времени почтальону, вышедшему из пункта A для доставки почты в пункт B , надо найденное кратчайшее расстояние перевести в километры, найти скорость в километрах в час, а затем выразить её в метрах в минуту. (Ответ: $42,4$ м/мин.)

При изучении темы «Решение текстовых задач» в 9 классе учитель имеет возможность видоизменить задачи на нахождение производительности труда, затраченного времени при выполнении работы (задания № 67, 70, 71 и 77) [6, с. 29–31] или предложить новое, как, например, задание 9, соответствующее исследованиям PISA.

Структурированные вопросы в задании 9 составлены так, что каждый следующий вопрос сложнее предыдущих вопросов и взаимосвязан с ними. Сложными являются вопросы 5 и 6, при их выполнении проверяются умения логически мыслить, делать обобщающие выводы.

Задание 9. Ремонт офиса.

Требуется отремонтировать помещение офиса. В бригаде имеется трое рабочих – Талгат, Искандер и Мурат. Талгат может выполнить эту работу за 2 дня. Искандер выполняет эту же работу за 3 дня, а Мурат – за 6 дней.

Дайте ответы на следующие вопросы.

Вопрос 1. За какое время они отремонтируют помещение, работая вместе? (Выберите правильный ответ.)

- а) 0,9 дня б*) 1 день
в) 1,2 дня г) 1,4 дня
д) 1,5 дня.

Вопрос 2. За какое время будет выполнена вся работа, если сначала одну третью часть её выполнит один Талгат, затем половину оставшейся части – Искандер, а уже остальное – Мурат? Ответ запишите: _____.

Вопрос 3. Кто выполнит всю работу быстрее: Талгат, работая один, или Искандер и Мурат, работая вместе? Дайте обоснованный ответ: _____.

Вопрос 4. Талгат, Искандер и Мурат выполнили эту работу вместе и получили $45\ 000$ тг. Сколько денег из этой суммы надо выдать каждому? _____.

Вопрос 5. Первый день работал один Талгат, а с начала второго дня к нему присоединились Искандер и Мурат. По окончании работы им заплатили $45\ 000$ тг. Сколько тенге получил каждый из них? Дайте обоснованный ответ: _____.

Вопрос 6. В первый день работали Искандер и Мурат вместе. Затем Мурат ушёл, а Искандер и Талгат закончили работу. Как распределить полученные деньги – $45\ 000$ тг за работу? Дайте обоснованный ответ: _____.

При изучении темы «Последовательности» в 9 классе можно рассмотреть задание формата PISA, которое проверяет навыки заполнения таблицы по определённой закономерности, нахождение суммы значения в последовательности и т. д. В качестве примера рассмотрим задачу из учебника алгебры 9 класса [1, с. 66].

Задание 10. Декоративная клумба из роз.

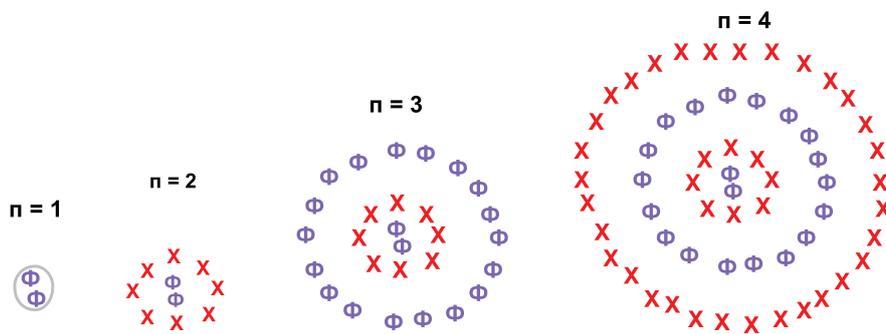
Цветочница-декоратор создаёт декоративную клумбу для украшения фойе административного здания фирмы, как показано на рисунке.

В декоративной клумбе кольца из разноцветных роз чередуются.

Ниже на рисунке изображены схемы подбора роз клумбы.

Φ – фиолетовая роза; x – красная роза; n – некоторое натуральное число.

Вопрос 1. Декоративная клумба из роз.



Заполните таблицу:

n	Число роз в n -м кольце	Число роз в декоративной клумбе
1	2	2
2	8	10
3		
4		
.....		

Вопрос 2. Декоративная клумба из роз. Если стоимость одной красной розы равна 100 тг, а фиолетовой розы – 70 тг, то какова стоимость декоративной клумбы из 6 концентрических кругов, если внутреннее кольцо начинается из фиолетовых роз?

Запишите решение _____.

Ответ: 16 100 тг.

Вопрос 3. Декоративная клумба из роз. Исходя из приведённой выше таблицы, найдите число роз в n -ом кольце и число роз в клумбе из n колец.

Запишите решение _____.

Ответ: $2n^2$;

$$2 \cdot (1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = 2 \cdot \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$

Рассмотрим задачу № 223 из учебника алгебры 8 класса [2, с. 74]. Пассажир метро спускается по движущемуся эскалатору за 24 с. Если он пройдёт по неподвижному эскалатору с той же скоростью, то спустится вниз за 42 с. За какое время пассажир спустится вниз, стоя на ступеньках движущегося эскалатора?

Покажем, как можно изменить это задание в соответствии с международными исследованиями PISA.

Задание 11. В метро.

тец с сыном Ренатом спускались по эскалатору метро. Ренат заметил, что если они будут стоять на ступеньках движущегося эскалатора, то спустятся вниз за 56 с, а если будут идти по неподвижному эскалатору, то спустятся за 42 с.



Вопрос 1. Во сколько раз скорость движущегося эскалатора меньше скорости движения отца и сына, идущих по неподвижному эскалатору?

- а) в 2 раза б) в $1\frac{2}{3}$ раза
 в*) в $1\frac{1}{3}$ раза г) в $1\frac{1}{2}$ раза
 д) найти невозможно.

Вопрос 2. За сколько секунд отец и сын спустятся вниз, если они будут идти по движущемуся эскалатору со скоростью, с которой они шли по неподвижному эскалатору?

- а) 20 с б*) 24 с
 в) 25 с г) 28 с
 д) по этим данным найти нельзя.

Вопрос 3. Ренат решил проверить, сможет ли он подняться вверх, если эскалатор движется вниз. С какой скоростью должен двигаться Ренат, чтобы он смог подняться с нижней на верхнюю площадку, если эскалатор движется вниз? Ответ обоснуйте.

Вопрос 4. Отец и сын заметили, что их поезд прибывает на станцию через 36 с. Какой должна быть скорость движения отца и сына по отношению к скорости движущегося вниз эскала-

тора, чтобы они смогли спуститься за 28 с и успеть к своему поезду? Ответ обоснуйте.

Ответ. Скорость движения отца и сына должна быть равной скорости эскалатора, тогда они спустятся за время в два раза меньшее, чем они бы спустились 56 с, стоя неподвижно на движущемся вниз эскалаторе.

Такого рода задания учитель математики может самостоятельно смоделировать и использовать на любых уроках по математике или предлагать учащимся для самостоятельного решения дома с последующей проверкой. При выполнении подобных заданий у школьников формируются устойчивые навыки и умения применять предметные знания в реальных, жизненных ситуациях.

Библиографический список

1. Абылкасымова А. Е., Корчевский В. Е., Жумагулова З. А. Алгебра. 9 класс : учебник. – Алматы : Мектеп, 2013. – 253 с.
2. Абылкасымова А. Е., Корчевский В. Е., Абдиев А., Жумагулова З. А. Алгебра. 8 класс : учебник. – Алматы : Мектеп, 2012. – 146 с.
3. Национальный план действий по развитию функциональной грамотности школьников на 2012–2016 годы.

4. Основные результаты международного исследования – 2012. – Астана. РГКП «Национальный центр образовательной статистики и оценки МОН РК», 2014. – 283 с.
5. Особенности формирования функциональной грамотности учащихся старшей школы по предметам естественнонаучного цикла. Методическое пособие. – Астана: Национальная академия образования им. Ы. Алтынсарина, 2013. – 48 с.
6. Развитие функциональной грамотности на уроках естественно-математических дисциплин: методические рекомендации / сост.: К. У. Сабиева, В. Е. Корчевский. – Петропавловск: филиал АО «НЦПК «Өрлеу» «ИПК ПР по SKO», 2014. – 90 с.
2. Abylkasymova A. E., Korchevskij V. E., Abdiev A., Zhumagulova Z. A. Algebra. 8 klass : uchebник. – Almaty : Mekter, 2012. – 146 s.
3. Nacionalnyj plan dejstvij po razvitiju funkcionalnoj gramotnosti shkolnikov na 2012–2016 gody.
4. Osnovnye rezultaty mezhdunarodnogo issledovanija – 2012. – Astana. RGKP «Nacionalnyj centr obrazovatelnoj statistiki i ocenki MON RK», 2014. – 283 s.
5. Osobennosti formirovanija funkcionalnoj gramotnosti uchashhihsja starshej shkoly po predmetam estestvennonauchnogo cikla. Metodicheskoe posobie. – Astana : Nacionalnaja akademija obrazovanija im. Y. Altynsarina, 2013. – 48 s.
6. Razvitie funkcionalnoj gramotnosti na urokah estestvenno-matematicheskikh disciplin : metodicheskie rekomendacii / Sost. : Sabieva K. U., Korchevskij V. E. – Petropavlovsk : filial AO «NCPK «Өrleu» «IPK PR po SKO», 2014. – 90 s.

Bibliograficheskij spisok

1. Abylkasymova A. E., Korchevskij V. E., Zhumagulova Z. A. Algebra. 9 klass : uchebник. – Almaty : Mekter, 2013. – 253 s.

© Кучер Т. П., Корчевский В. Е., 2015